003	Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+y+2z=2 \\ x-y+z=\lambda \end{cases}$ (a) Discute su compatibilidad según los valores de λ. (b) Resuélvelo para λ = 3.	2B

RESOLUCIÓN apartado a

Estudiamos la compatibilidad del sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{array}{c} (-1) \\ (1) \\ \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & \lambda \end{array}\right)\begin{array}{c} (-1) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª y modificamos la 2ª con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & \lambda-1 \end{array}\right)$$

Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 3ª fila:

- 2y = λ - 1 → 2y = 1 - λ

y = $\frac{1-\lambda}{2}$

Analizamos la 2ª fila:

z = 1

Analizamos la 1ª fila:

x + y + z = 1 → x + $\frac{1-\lambda}{2}$ + 1 = 1

2x + 1 - λ + 2 = 2 → 2x = 2 - 1 + λ - 2 → 2x = λ - 1

x = $\frac{\lambda-1}{2}$

SE TRATA DE UN SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO ∀λ ∈ ℜ, de solución general:

($\frac{\lambda-1}{2}$, $\frac{1-\lambda}{2}$, 1)

RESOLUCIÓN apartado b

Para λ = 3 → ($\frac{\lambda-1}{2}$, $\frac{1-\lambda}{2}$, 1)

x = 1 ; y = - 1 ; z = 1

006	Discutir y resolver, usando el método de Gauss, el siguiente sistema, que depende del parámetro "**k**". $\left.\begin{array}{r} 2x-3y-4z=1 \\ 4x+6y-az=2 \\ x+y+az=10 \end{array}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{c} (-2) \\ (1) \\ \\ \end{array}\begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 & 1 \\ 4 & 6 & -a & 2 \\ 1 & 1 & a & 10 \end{pmatrix}\begin{array}{c} (-1) \\ \\ (2) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-5) \\ (12) \end{array}\begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 & 1 \\ 0 & 12 & -a+8 & 0 \\ 0 & 5 & 2a+4 & 19 \end{pmatrix}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 & 1 \\ 0 & 12 & -a+8 & 0 \\ 0 & 0 & 29a+8 & 228 \end{pmatrix}$$

Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 3ª fila:

$$\underbrace{(29a+8)}_{0} \cdot z = 228$$

29 a + 8 = 0 → a = - 8/29 → 0 = 228 a = - 8/29

Sistema INCOMPATIBLE

a ≠ - 8/29 →

Ejemplo: a = 10 → 29·10 + 8 → z = 228/298

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

(29a + 8) = 228

$$z = \frac{228}{29a+8}$$

Analizamos la 2ª fila → 12 y + (- a + 8)z = 0

$$12y + (-a+8)\,\frac{228}{29a+8} = 0$$

$$12y = -(-a+8)\,\frac{228}{29a+8}$$

$$12y = \frac{228a-1824}{29a+8}$$

$$y = \frac{228a-1824}{12(29a+8)}$$

$$y = \frac{19a-152}{29a+8}$$

Analizamos la 1ª fila → 2x - 3 y - 4z = 1

$$2x - 3\,\frac{19a-152}{29a+8} - 4\,\frac{228}{29a+8} = 1$$

$$2x = 1 + 3\,\frac{19a-152}{29a+8} + 4\,\frac{228}{29a+8}$$

$$2x = \frac{29a+8+57a-456+912}{29a+8} =$$

$$2x = \frac{86a+464}{29a+8}$$

$$x = \frac{86a+464}{2(29a+8)} \rightarrow x = \frac{43a+232}{29a+8}$$

SOLUCIÓN GENERALIZADA: $\left(\frac{43a+232}{29a+8}, \frac{19a-152}{29a+8}, \frac{228}{29a+8} \right)$

RESUMEN SOLUCIÓN
a = - 8/29 → SISTEMA INCOMPATIBLE
a ≠ - 8/29 → SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

010	Discutir y resolver, usando el método de Gauss, el siguiente sistema, que depende del parámetro "**a**".	$\left.\begin{array}{r} x+2y+2z=0 \\ 3x+z=0 \\ ax+z=0 \end{array}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

Colocamos las ecuaciones de forma que el parámetro quede lo más abajo y a la derecha posible:

$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{cccc} y & z & x & n^o \end{array} \\ \begin{array}{r} \\ -1) \\ 1) \end{array} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} y & z & x & n^o \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & a-3 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 3ª fila:

$$\underbrace{a-3}_{0}\cdot x = 0$$

a - 3 = 0 → **a = 3**

0 = 0

Infinitas soluciones

SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Analizamos la 2ª fila → z + 3x = 0

z = - 3x

Analizamos la 1ª fila → 2 y + 2z + x = 0

2 y = - 2z - x → 2 y = - 2(- 3x) - x → 2 y = 6x - x → **y =** $\frac{5x}{2}$

a = 3 SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Solución generalizada: (x , $\frac{5x}{2}$, - 3x)

Otra solución generalizada: ($\frac{2y}{5}$, y , $\frac{6y}{5}$)

a ≠ 3

Ejemplo: *a* = 10 → (10 - 3) x = 0 → x = 0

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

con solución TRIVIAL

x = 0 ; y = 0 ; z = 0 → (0 , 0 , 0)

que es la que corresponde a los sistemas homogéneos

RESUMEN SOLUCIÓN
a = 3 → SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO
a ≠ 3 → SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

011	Discutir y resolver, usando el método de Gauss, el siguiente sistema, que depende del parámetro "**a**".	$\left.\begin{array}{r} -2x-4y+7z=0 \\ 9x-ay+3z=0 \\ -5x+3y-2z=0 \end{array}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

Colocamos las ecuaciones de forma que el parámetro quede lo más abajo y a la derecha posible:

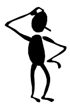
$$\begin{array}{c} \\ (-5) \\ (2) \\ \\ \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x & z & y & n^o \end{array} \\ \begin{pmatrix} -2 & 7 & -4 & 0 \\ -5 & -2 & 3 & 0 \\ 9 & 3 & -a & 0 \end{pmatrix} \end{array}\begin{array}{c} \\ (9) \\ \\ (2) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ \\ (69) \\ (39) \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x & z & y & n^o \end{array} \\ \begin{pmatrix} -2 & 71 & -4 & 0 \\ 0 & -39 & 26 & 0 \\ 0 & 69 & -2a-36 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\begin{array}{cccc} x & z & y & n^o \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & -4 & 0 \\ 0 & -39 & 26 & 0 \\ 0 & 0 & -78a+390 & 0 \end{pmatrix}$$



Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 3ª fila:

$$\underbrace{-78a+390}_{0}\cdot y=0$$

- 78 a + 390 = 0 → - 78 a = - 390 → a = 390/78 → **a = 5**

0 = 0

Infinitas soluciones

SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Analizamos la 2ª fila: - 39z + 26y = 0

- 39 z = - 26 y → z = $\frac{26y}{39}$

Analizamos la 1ª fila → -2 x + 7z - 4y = 0

- 2 x = - 7 z + 4 y

- 2x = - 7$\frac{26}{39}y$ + 4 y = $\frac{-182y+156y}{39}$ =

- 2x = $\frac{-26y}{39}$ → x = $\frac{26y}{78}$

a = 5 SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Solución generalizada: ($\frac{26y}{78}$, y, $\frac{26y}{39}$)

a ≠ 5

Ejemplo: *a* = 10 → [- 78·5 + 390] y = 0 → y = 0

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

con solución TRIVIAL x = 0 ; y = 0 ; z = 0

que es la que corresponde a los sistemas homogéneos

RESUMEN SOLUCIÓN
a = 5 → SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO
a ≠ 5 → SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

012	Calcular los valores de "n" para los que el siguiente sistema admita solución distinta de la trivial	$\left.\begin{array}{r} (n+1)x+2y+z=0 \\ 3x+ny-2z=0 \\ nx+y-z=0 \end{array}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

Colocamos las ecuaciones de forma que el parámetro quede lo más abajo y a la derecha posible:

$$\left.\begin{array}{r} +z+2y+(n+1)x=0 \\ -2z+ny+3x=0 \\ -z+y+nx=0 \end{array}\right\}$$

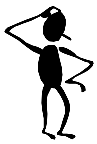
$$\begin{array}{c} (2) \\ (1) \\ \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & n+1 & 0 \\ -2 & n & 3 & 0 \\ -1 & 1 & n & 0 \end{array}\right)\begin{array}{c} (1) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-3) \\ (n+4) \end{array}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & n+1 & 0 \\ 0 & n+4 & 2n+5 & 0 \\ 0 & 3 & 2n+1 & 0 \end{array}\right)$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$- 6n - 15 + 2n^2 + n + 8n + 4 = 2n^2 + 3n - 11$



$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & n+1 & 0 \\ 0 & n+4 & 2n+5 & 0 \\ 0 & 0 & 2n^2+3n-11 & 0 \end{array}\right)$$

Analizamos la 3ª fila:

$(2n^2 + 3n - 11)x = 0$

$0x = 0$

Infinitas soluciones

Para $2n^2 + 3n - 11 = 0$ el sistema será compatible indeterminado y tendrá infinitas soluciones.

$$n = \frac{-3\pm\sqrt{9-4\cdot 2\cdot(-11)}}{2\cdot 2} = \frac{-3\pm\sqrt{97}}{4}$$

Para $n = \dfrac{-3+\sqrt{97}}{4}$ y para $n = \dfrac{-3-\sqrt{97}}{4}$

el sistema admitirá soluciones distintas a la solución trivial.

OTRA FORMA DE RESOLUCIÓN

Colocamos el sistema de forma que el parámetro quede lo más a la derecha y hacia abajo posible:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} z & y & x & n^o \end{array} \\ \begin{array}{c} (-1) \\ (2) \\ \\ \end{array} & \left(\begin{array}{cccc} -2 & n & 3 & 0 \\ -1 & 1 & n & 0 \\ 1 & 2 & n+1 & 0 \end{array}\right)\begin{array}{c} (1) \\ \\ (2) \end{array} \end{array}$$

Fijamos la 1ª filas y modificamos la 2ª y 3ª con las operaciones indicadas a la izquierda y derecha

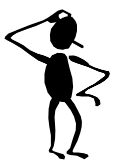
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} z & y & x & n^o \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ (-4-n) \\ (2-n) \end{array} & \left(\begin{array}{cccc} -2 & n & 3 & 0 \\ 0 & 2-n & 2n-3 & 0 \\ 0 & 4+n & 2n+5 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la 3ª con las operaciones indicadas a la izquierda.

$(- 4 - n) (2n - 3) + (2 - n) (2n + 5) =$

$- 8n + 12 - 2n^2 + 3n + 4n + 10 - 2n^2 - 5n =$

$- 4n^2 - 6n + 22 = 0$



$$\begin{array}{cccc} z & y & x & n^o \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc} -2 & n & 3 & 0 \\ 0 & 2-n & 2n-3 & 0 \\ 0 & 0 & -4n^2-6n+22 & 0 \end{array}\right)$$

Analizamos la 3ª fila

Tendrá soluciones distintas a la trivial cuando tenga infinitas soluciones, es decir, cuando salga una expresión del tipo 0x = 0

$$\underbrace{(-4n^2 - 6n + 22)}_{0} \cdot x = 0$$

$$-4n^2 - 6n + 22 = 0$$

$$n = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4\cdot(-4)\cdot 22}}{2\cdot(-4)} = \frac{6 \pm \sqrt{388}}{-8} = \frac{-6 \mp \sqrt{388}}{8} = \frac{-6 \mp \sqrt{2^2 \cdot 97}}{8} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{97}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{97}}{4}$$

Tendrá soluciones distintas de la trivial para:

$$n_1 = \frac{-3 + \sqrt{97}}{4} \qquad n_2 = \frac{-3 - \sqrt{97}}{4}$$

Para $n = \frac{-3+\sqrt{97}}{4}$ y para $n = \frac{-3-\sqrt{97}}{4}$

el sistema admitirá soluciones distintas a la solución trivial.

014	Discutir y resolver, si es posible, en función del parámetro λ el sistema de ecuaciones siguiente. Justificar la respuesta. $\left.\begin{aligned} x - y + z &= 0 \\ x + (\lambda+1)y + z &= 0 \\ x + y + (\lambda+1)z &= 0 \end{aligned}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

Colocamos las ecuaciones de forma que el parámetro quede lo más abajo y a la derecha posible:

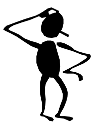
$$\begin{array}{c} (-1)\cdot \\ (1)\cdot \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & \lambda+1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \lambda+1 & 0 \end{pmatrix}\begin{array}{c} \cdot(-1) \\ \\ \cdot(1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-2)\cdot \\ (\lambda+2) \end{array}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda+2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & \lambda & 0 \end{pmatrix}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda+2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(\lambda+2) & 0 \end{pmatrix}$$



Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 3ª fila:

$$\lambda(\lambda+2)\cdot z = 0$$

λ = 0 ; λ = - 2

SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Para λ = 0

Analizamos la 2ª fila → (λ + 2) y = 0 →

2y = 0 → y = 0

Analizamos la 1ª fila → x - y + z = 0

x = y - z

x = - z

(- z, 0, z)

Para λ = - 2

Analizamos la 2ª fila → (λ + 2) y = 0 →

0y = 0

Infinitas soluciones; eliminamos esta fila y resuelvo el problema con la 1ª y 3ª filas

x - y + z = 0 x + y - z = 0	x = 0

x - y + z = 0 - x - y + z = 0	- 2y + 2z = 0 2y = 2z y = z

(0, z, z)

RESUMEN SOLUCIÓN

- λ = **- 2** → SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO (0, z, z)
- λ = **0** → SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO (- z, 0, z)
- $\lambda \neq$ **0** ; $\lambda \neq$ **- 2** → SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO DE SOLUCIÓN TRIVIAL.

017	Discutir y resolver, usando el método de Gauss, el siguiente sistema, que depende del parámetro "**m**".	$\left.\begin{array}{r} x+2y=3 \\ x-3y=1 \\ 2x+y=m \end{array}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

Colocamos las ecuaciones de forma que el parámetro quede lo más abajo y a la derecha posible:

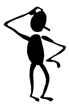
$$\begin{array}{c} (-1) \\ (1) \\ \\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & m \end{pmatrix}\begin{array}{c} (-2) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-3) \\ (5) \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -2 \\ 0 & -3 & m-6 \end{pmatrix}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 5m-24 \end{pmatrix}$$



Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 3ª fila:

0y = 5m - 24

5m - 24 = 0 → m = 24/5

0 = 0

¿SERÁ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO?

Se trata de un caso particular donde aparecen 2 incógnitas y 3 ecuaciones.

Vamos pues a calcular las soluciones del sistema para m = 24/5

Analizamos la 2ª fila:

- 5y = - 2

y = 2/5

Analizamos la 1ª fila → x + 2y = 3

x = 3 – 2 · 2/5

x = 11/5

m = 24/5 SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO de **solución (11/5, 2/5)**

m ≠ 24/5

Ejemplo: m = 10 → 0 y = 5·10 – 24

0 = 50 – 24 → 0 = 26

SISTEMA INCOMPATIBLE

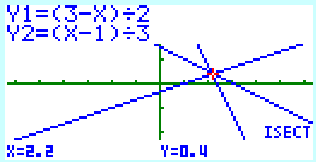
RESUMEN SOLUCIÓN
m = 24/5
SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO: (11/5, 2/5)
m ≠ 24/5
SISTEMA INCOMPATIBLE

RATIFICACIÓN DE RESULTADOS CON CALCULADORA GRÁFICA

No podemos entrar directamente en el menú **EQUA** ya que se trata de un sistema con más ecuaciones que incógnitas.

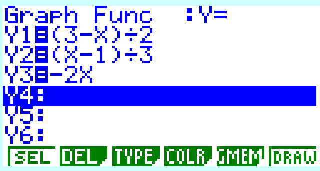
Vamos a comprobar con la calculadora gráfica las soluciones, sustituyendo "m" por dichos valores en el sistema del enunciado y observando la representación gráfica de las 3 rectas resultantes:

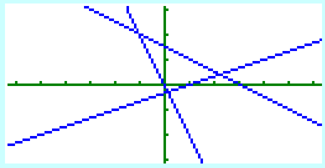
m = 24/5



Tienen un punto en común: SISTEMAS COMPATIBLES DETERMINADOS

m ≠ 24/5 , por ejemplo k = 0





No tienen ningún punto en común: SISTEMAS INCOMPATIBLES

Como se puede observar, se confirman todos nuestros resultados obtenidos con LÁPIZ Y PAPEL.

018	Discutir y resolver, usando el método de Gauss, el siguiente sistema, que depende del parámetro "**k**". $\left.\begin{aligned} x+2y&=3\\ 2x-y&=1\\ 4x+3y&=k\end{aligned}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

Colocamos las ecuaciones de forma que el parámetro quede lo más abajo y a la derecha posible:

$$\begin{array}{c} (-2)\\ (1)\\ \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3\\ 2 & -1 & 1\\ 4 & 3 & k \end{pmatrix}\begin{array}{c} (-4)\\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y modificamos la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 3ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-1)\\ (1) \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3\\ 0 & -5 & -5\\ 0 & -5 & k-12 \end{pmatrix}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la tercera con las operaciones indicadas a la izquierda.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3\\ 0 & -5 & -5\\ 0 & 0 & k-7 \end{pmatrix}$$

Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 3ª fila:

$$0y = k - 7$$
$$0 = 0$$

$k - 7 = 0 \rightarrow$ $k = 7$

¿SERÁ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO?

Se trata de un caso particular donde aparecen 2 incógnitas y 3 ecuaciones.

Vamos pues a calcular las soluciones del sistema para $k = 7$

Analizamos la 2ª fila:

$-5y = -5 \rightarrow$ **$y = 1$**

Analizamos la 1ª fila $\rightarrow x + 2y = 3$

$x + 2 = 3 \rightarrow$ **$x = 1$**

$k = 7$ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

Solución (1, 1)

$k \neq 7$

Ejemplo: $K = 10 \rightarrow 0y = 10 - 7$

$$0 = 3$$

SISTEMA INCOMPATIBLE

RESUMEN SOLUCIÓN
k = 7 SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO: (1, 1) **k ≠ 7** SISTEMA INCOMPATIBLE

019	Discutir y resolver, usando el método de Gauss, el siguiente sistema, que depende del parámetro "**a**".	$\left.\begin{array}{r} x - y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 3y + z = 3 \\ x + 2y + 5z = a \end{array}\right\}$	2B

RESOLUCIÓN

Colocamos las ecuaciones de forma que el parámetro quede lo más abajo y a la derecha posible:

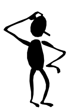
$$\begin{array}{c} (-2) \\ (1) \\ \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & a \end{pmatrix} \begin{array}{c} (-1) \\ \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª fila y la 3ª , modificando la segunda con las operaciones indicadas a la izquierda y la 4ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{array}{c} \\ (-1) \\ (1) \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \\ 0 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 7 & a-2 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \\ (-1) \\ \\ (1) \end{array}$$

Fijamos la 1ª y 2ª filas y modificamos la 3ª con las operaciones indicadas a la izquierda y la 4ª con las operaciones indicadas a la derecha.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$$



Procedamos a estudiar la compatibilidad del sistema:

Analizamos la 4ª fila:

$$0z = a + 1$$

Cuando $a + 1 = 0 \rightarrow a = -1$

$$0 = 0$$

¿SERÁ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO?

Se trata de un caso particular donde aparecen 3 incógnitas y 4 ecuaciones.

Vamos pues a calcular las soluciones del sistema para $a = -1$

Analizamos la 3ª fila:

$$-6z = 6 \rightarrow 6z = -6$$

$z = -1$

Analizamos la 2ª fila:

$$3y + 7z = -3 \rightarrow 3y + 7(-1) = -3 \rightarrow 3y = 7 - 3 \rightarrow 3y = 4$$

$y = 4/3$

Analizamos la 1ª fila:

$$x - 4/3 - 2(-1) = 2 \rightarrow x = 4/3 - 2 + 2 \rightarrow x = 4/3$$

$x = 4/3$

Para $a = -1$

SISTEMA ES COMPATIBLE DETERMINADO

de solución $(4/3, 4/3, -1)$

Para $a \neq -1$

$$0z = a + 1$$

Ejemplo: $a = 0 \rightarrow 0x = 1$

$$0 = 1$$

SISTEMA INCOMPATIBLE

RESUMEN SOLUCIÓN
$a = -1$ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO: $(4/3, 4/3, -1)$ $a \neq -1$ SISTEMA INCOMPATIBLE